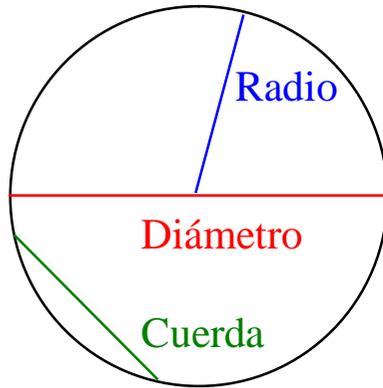


GEOMETRÍA

LONGITUDES

Longitud de la circunferencia

Es una línea curva cerrada que equidistan todos sus puntos del centro.



CIRCUNFERENCIA

Fórmula

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$r = \frac{L}{2 \cdot \pi}$$

$$L = d \cdot \pi$$

$$d = \frac{L}{\pi}$$

L = Longitud Circunferencia

$\pi = 3,14$

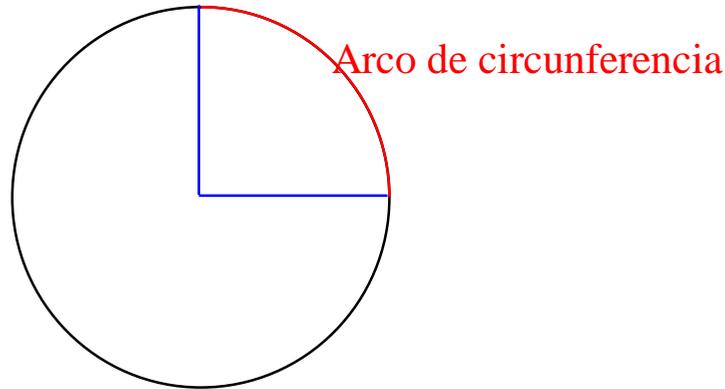
r = Radio

d = Diámetro

- Centro: punto situado a igual distancia de todos los puntos de la circunferencia.
- Radio: segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- Cuerda: segmento que une los dos puntos de corte de una recta con la circunferencia.
- Diámetro: es una cuerda pero que pasa por el centro de la circunferencia. Es el doble de un radio.
- Ángulo central: es un ángulo cuyo vértice es el centro de la circunferencia, y sus lados lo forman dos radios.
- Arco: es trozo de una circunferencia.

Longitud del arco de una circunferencia

Un arco es la porción de una circunferencia comprendida entre los radios.



Fórmula

$$L \text{ arco} = \frac{\pi \cdot r \cdot n^\circ}{180}$$

L = Longitud arco de Circunferencia

$\pi = 3,14$

r = Radio

n° = número de grados

$$L \text{ arco} = x \cdot r$$

x = Amplitud en radianes

Radián: es un ángulo central, en el cual la longitud de su arco correspondiente, es igual a la longitud del radio.

En cualquier circunferencia siempre hay 2π radianes.

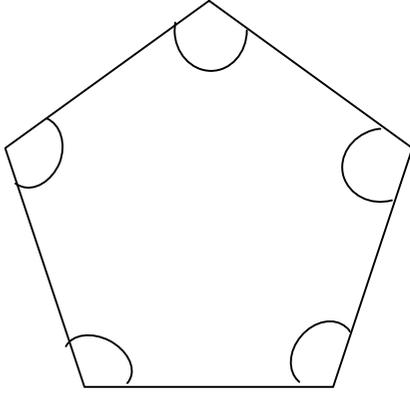
Grados

Radianes

$$360^\circ \text{ -----} \rightarrow 2\pi$$

$$180^\circ \text{ -----} \rightarrow X$$

Suma de todos los ángulos de un polígono regular

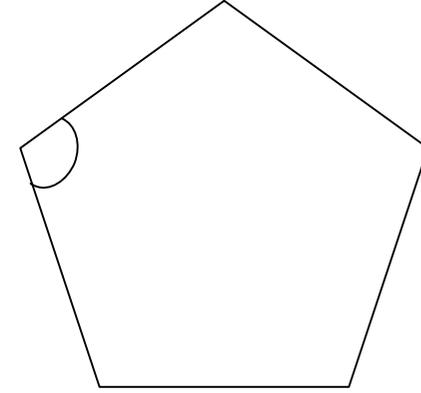


Fórmula

$$\Sigma \text{ de ángulos} = 180 \cdot (n - 2)$$

n = número de lados

Valor de cada ángulo de un polígono regular

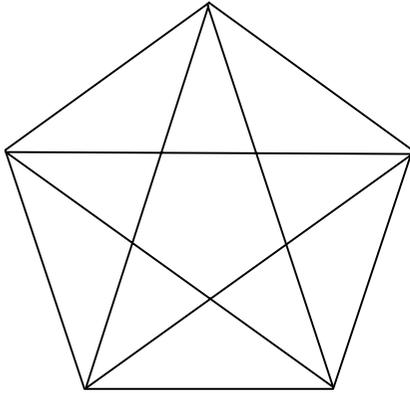


Fórmula

$$\text{Cada ángulo} = \frac{180 \cdot (n - 2)}{n}$$

n = número de lados

Número de diagonales de un polígono regular



Fórmula

$$\text{N}^\circ \text{ diagonales} = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

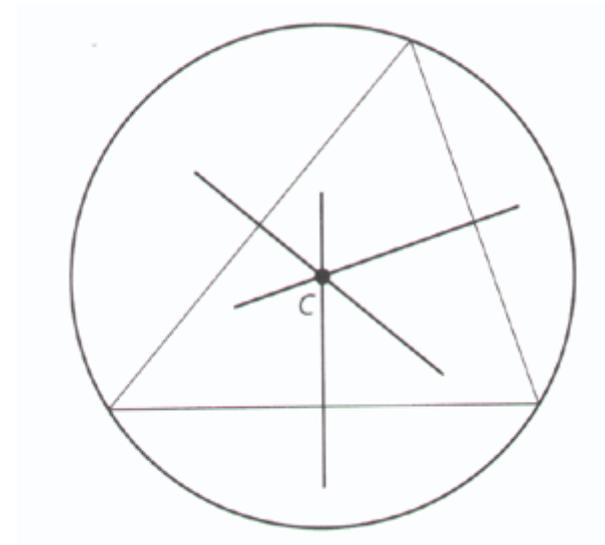
n = número de lados

Rectas y puntos notables de triángulo.

Las **MEDIATRICES** de un triángulo son las rectas perpendiculares a cada uno de los lados que los cortan por sus puntos medios.

El **circuncentro (C)** de un triángulo es el punto en el que se cortan sus tres mediatrices.

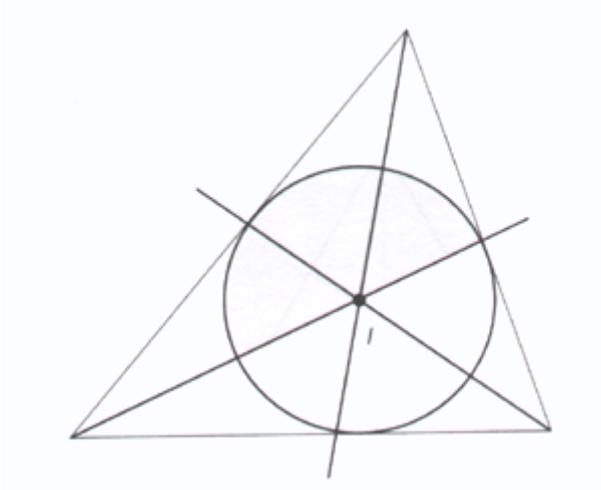
El circuncentro es el centro de la **circunferencia circunscrita**.



Las **BISECTRICES** de un triángulo son las rectas que dividen cada uno de sus ángulos en otros dos iguales.

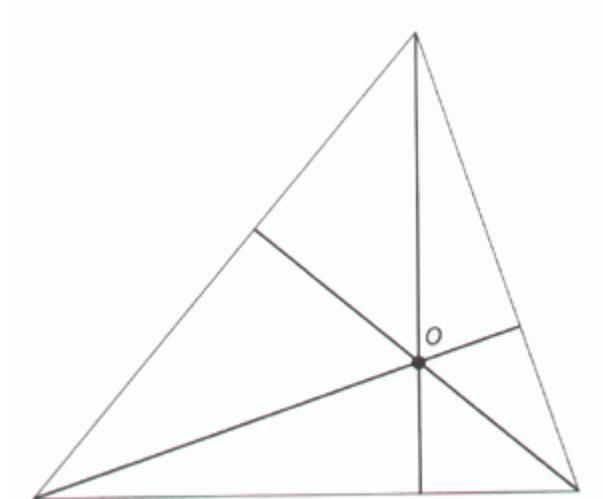
El **incentro (I)** de un triángulo es el punto en el que se cortan sus tres bisectrices.

El incentro es el centro de la **circunferencia inscrita**.



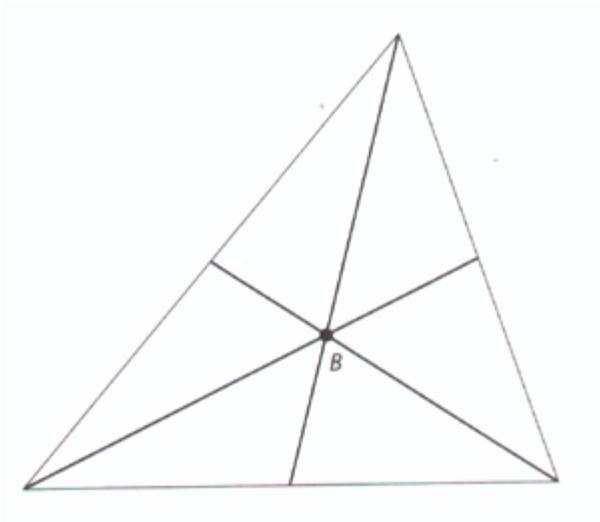
Las **ALTURAS** de un triángulo son los segmentos que unen los vértices con sus respectivos lados opuestos, o con sus prolongaciones, y son perpendiculares a estos.

El **ortocentro (O)** de un triángulo es el punto en el que se cortan las rectas que contienen las tres alturas.



Las **MEDIANAS** de un triángulo son los segmentos que unen los vértices con los puntos medios de sus respectivos lados opuestos.

El **baricentro (B)** de un triángulo es el punto en el que se cortan las tres medianas.

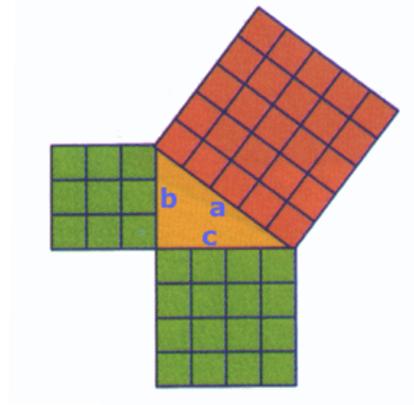


TEOREMAS

TEOREMA DE PITÁGORAS

En un **triángulo rectángulo**, los lados menores son los que forman el ángulo recto. Se llaman **catetos (b-c)**. El lado mayor se llama **hipotenusa (a)**.

El teorema de **Pitágoras** dice:



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Es decir, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

Para calcular la medida de la hipotenusa o de un cateto hay que hacer lo siguiente:

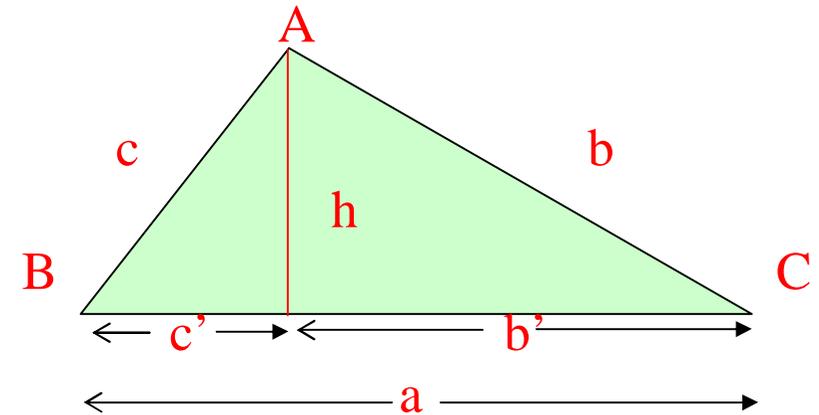
HIPOTENUSA $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

Para hallar la hipotenusa se suman los cuadrados de los catetos y al resultado se le halla la raíz cuadrada

CATETO $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

Para hallar un cateto se restan el cuadrado de la hipotenusa y el cuadrado del otro cateto y al resultado se le halla la raíz cuadrada.

TEOREMA DE LA ALTURA



$$\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}$$

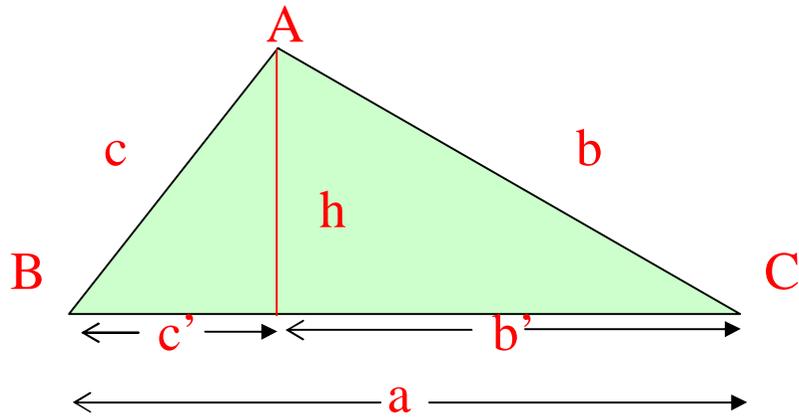
$$h^2 = b' \cdot c'$$

- $h = \sqrt{b' \cdot c'}$

- $b' = \frac{h^2}{c'}$

- $c' = \frac{h^2}{b''}$

TEOREMA DEL CATETO



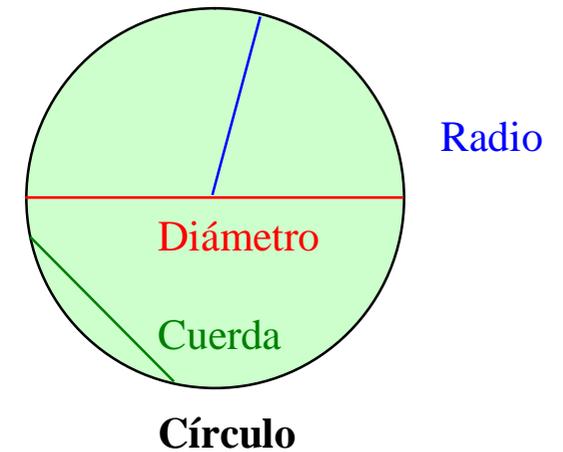
$\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}$ $b^2 = a \cdot b'$	$\frac{a}{c} = \frac{c}{c'}$ $c^2 = a \cdot c'$
<ul style="list-style-type: none"> $b = \sqrt{a \cdot b'}$ $a = \frac{b^2}{b'}$ $b' = \frac{b^2}{a}$ 	<ul style="list-style-type: none"> $c = \sqrt{a \cdot c'}$ $a = \frac{c^2}{c'}$ $c' = \frac{c^2}{a}$

ÁREAS DE LAS FIGURAS PLANAS

FIGURAS CIRCULARES

Área del círculo

Es una superficie plana limitada por una circunferencia.



Fórmula

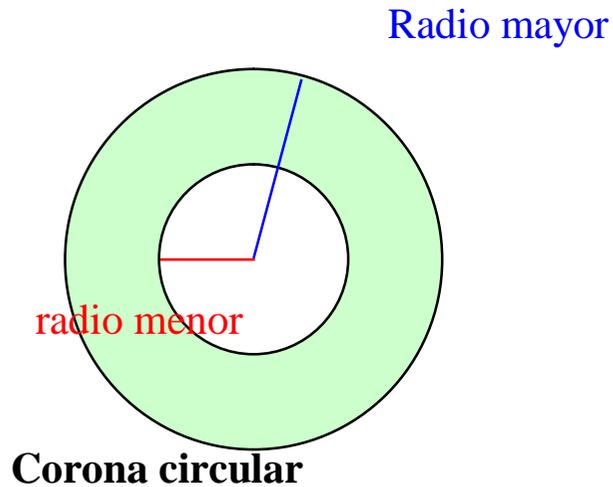
$$A = \pi \cdot r^2$$

A = Área del círculo
 $\pi = 3,14$
r = Radio

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Área de la corona circular

Es una superficie plana limitada por dos circunferencias concéntricas.



Fórmula

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

A = Área de la corona circular

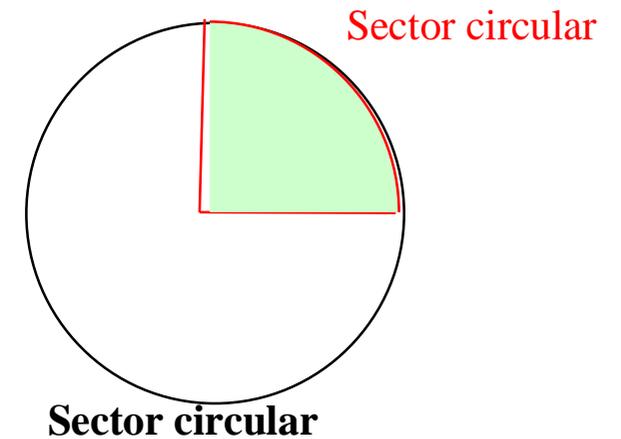
$\pi = 3,14$

R = Radio mayor

r = Radio menor

Área del sector circular

Es la porción de plano comprendido entre dos radios y su arco correspondiente.



Fórmula

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360}$$

A = Área del sector circular

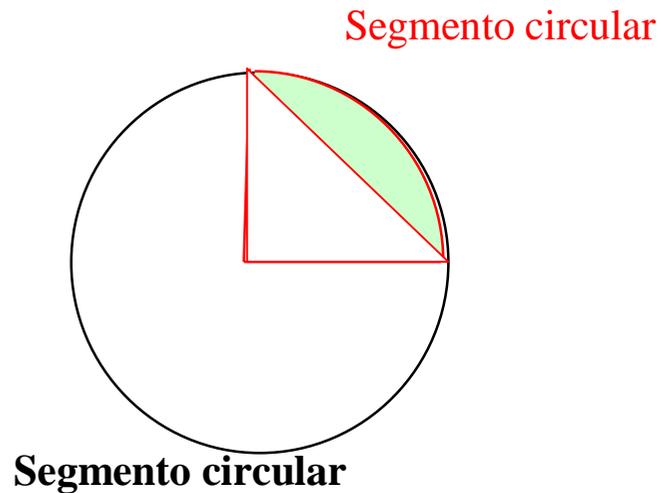
$\pi = 3,14$

r = Radio

n° = número de grados

Área del segmento circular

Es la porción de plano comprendido entre una cuerda y su arco correspondiente.

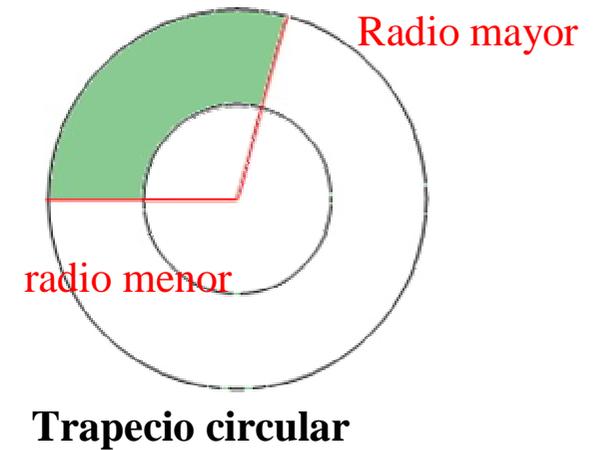


Fórmula

Área del segmento circular = Área del sector circular –
Área del triángulo

Área del trapecio circular

Es la porción de corona circular comprendida entre dos radios.



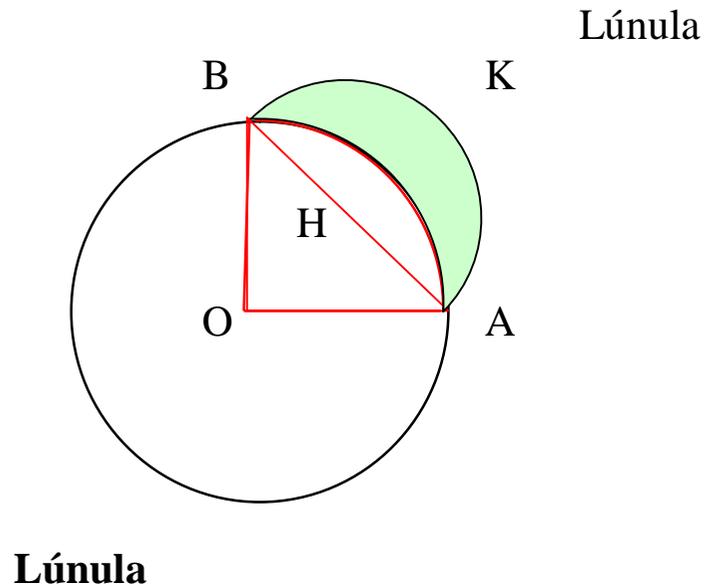
Fórmula

$$A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot n^\circ}{360}$$

A = Área del trapecio circular
 $\pi = 3,14$
r = Radio
 n° = número de grados

Área de lúnula

1. Con centro en vértice O se traza el arco AB .
2. Con centro en el punto H , que es el punto medio de la hipotenusa, se traza el arco AKB . La parte coloreada de verde se llama Lúnula de Hipócrates.



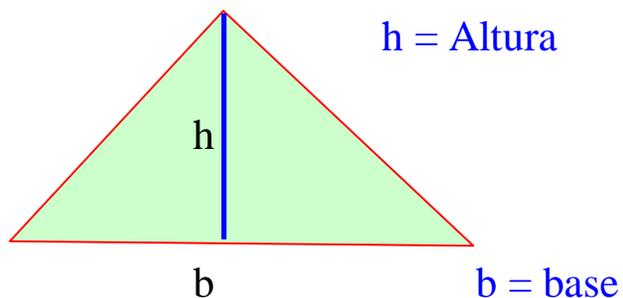
Fórmula

Área de la lúnula = Área del semicírculo AKB – Área del sector AOB + Área del triángulo AOB

TRIÁNGULOS
Y
CUADRLÁTEROS

Área del triángulo

Un **Triángulo** es un polígono que tiene tres lados y tres ángulos. La suma de sus 3 ángulos son **180°**



Triángulo

Fórmula

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

A = Área del triángulo
b = base
h = altura

Clases de triángulos:

Según sus ángulos

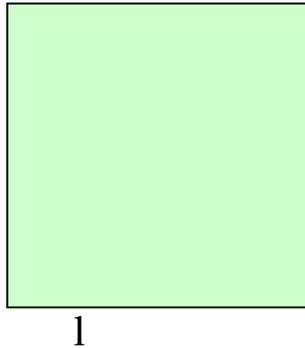
Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
<p>$\widehat{A}\widehat{B}C, \widehat{B}\widehat{C}A, \widehat{C}\widehat{A}B$ agudos</p> <p>Un triángulo acutángulo es el que tiene los 3 ángulos agudos</p>	<p>\overline{BC} hipotenusa \overline{AB} y \overline{CA} catetos $\widehat{C}\widehat{A}B$ recto</p> <p>Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto y 2 agudos. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros lados, catetos</p>	<p>$\widehat{C}\widehat{A}B$ obtuso</p> <p>Un triángulo obtusángulo es el que tiene un ángulo obtuso.</p>

Según sus lados

Equilátero	Isósceles	Escaleno
<p>$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ $\widehat{A}\widehat{B}C = \widehat{B}\widehat{C}A = \widehat{C}\widehat{A}B$</p> <p>Un triángulo equilátero tiene los 3 lados y los 3 ángulos iguales</p>	<p>$\overline{AB} = \overline{BC}$ $\widehat{B}\widehat{C}A = \widehat{C}\widehat{A}B$</p> <p>Un triángulo isósceles tiene 2 lados y 2 ángulos iguales</p>	<p>$\overline{AB} \neq \overline{BC} \neq \overline{CA}$ $\widehat{A}\widehat{B}C \neq \widehat{B}\widehat{C}A \neq \widehat{C}\widehat{A}B$</p> <p>Un triángulo escaleno no tiene ningún lado, ni ángulo, igual</p>

Área del cuadrado

Un cuadrado es un polígono, cuadrilátero, paralelogramo que tiene sus lados y sus ángulos iguales.



l = Lado

Cuadrado

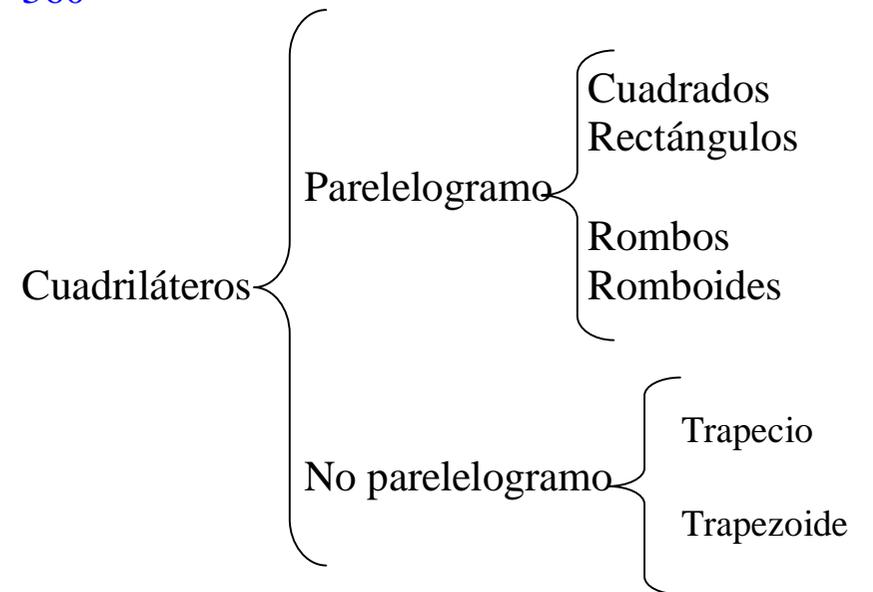
Fórmula

$$A = l \cdot l = l^2$$

A = Área del cuadrado
l = lado

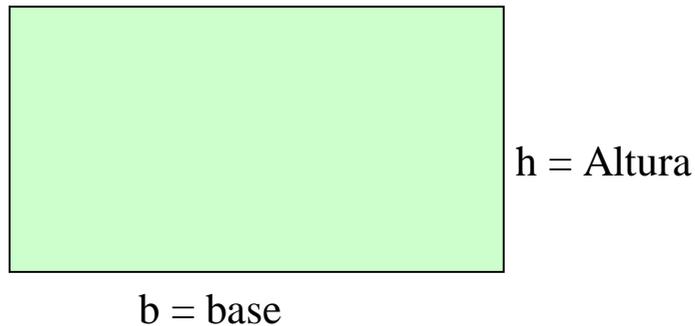
- Polígono: Es una porción de plano limitada por segmentos.
- Cuadrilátero: son los polígonos que tienen cuatro lados.
- Paralelogramo: es un polígono que tiene sus lados paralelos dos a dos.

La suma de los ángulos de un cuadrilátero es de 360°



Área del rectángulo

Un rectángulo es un polígono, cuadrilátero, paralelogramo que tiene sus lados iguales dos a dos y sus ángulos son todos iguales.



Rectángulo

Fórmula

$$A = b \cdot h$$

A = Área del rectángulo

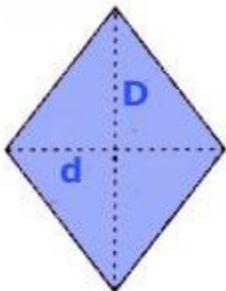
b = base

h = altura

- **Lados:** son segmentos de la línea poligonal cerrada.
- **Vértices:** es el punto donde se encuentran los dos lados.
- **Ángulos:** son los que forman dos lados con un vértice en común.
- **Diagonales:** son segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

Área del rombo

Un rombo es un polígono, cuadrilátero, paralelogramo que tiene sus lados todos iguales pero sus ángulos son iguales dos a dos.



D = Diagonal mayor

d = diagonal menor

Rombo

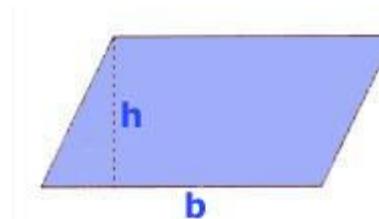
Fórmula

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

A = Área del rombo
D = Diagonal mayor
d = Diagonal menor

Área del romboide o paralelogramo

Un romboide es un polígono, cuadrilátero, paralelogramo que tiene sus lados y sus ángulos iguales dos a dos.



h = Altura

b = Base

Romboide

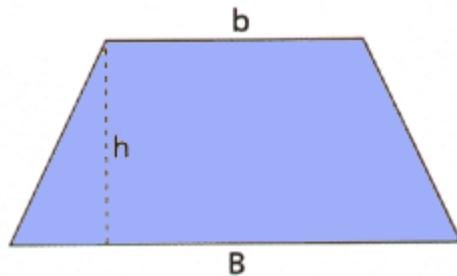
Fórmula

$$A = b \cdot h$$

A = Área del romboide
b = base
h = altura

Área del trapecio

Un trapecio es un polígono, cuadrilátero, no paralelogramo que tiene sus lados y sus ángulos desiguales. Pero tiene dos lados paralelos.



$h = \text{Altura}$

$b = \text{Base menor}$

$B = \text{Base mayor}$

Trapecio

Fórmula

$$A = \frac{B + b}{2} \times h$$

$A = \text{Área del trapecio}$

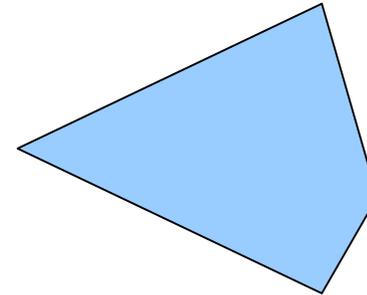
$B = \text{Base mayor}$

$b = \text{Base menor}$

$h = \text{Altura}$

Área del trapezoide

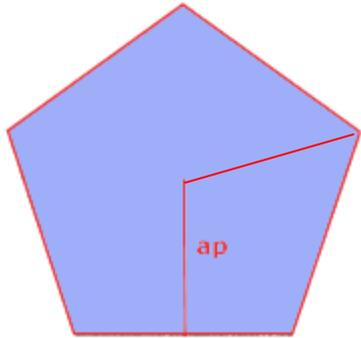
Un trapezoide es un polígono, cuadrilátero, irregular, no paralelogramo que tiene sus lados y sus ángulos desiguales. Por tanto no tiene fórmula fija.



Trapezoide

Área de cualquier polígono regular no cuadrilátero.

Es un polígono regular porque tiene todos sus lados y sus ángulos iguales.



r r = Radio

l l = Lado

ap = Apotema

Pentágono

Fórmula

$$P = l \cdot n$$

l = lado

n = número de lados

A = Área del polígono regular

P = Perímetro

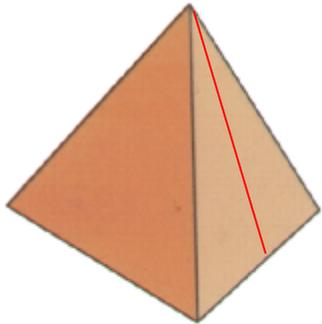
ap = Apotema

$$A = \frac{P \cdot ap}{2}$$

POLIEDROS

Área del tetraedro regular.

El tetraedro es un poliedro (región de espacio limitada por polígonos) que tiene cuatro caras que son triángulos equiláteros iguales.



h h = Altura
b b = Base

Tetraedro

Fórmula

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \times 4$$

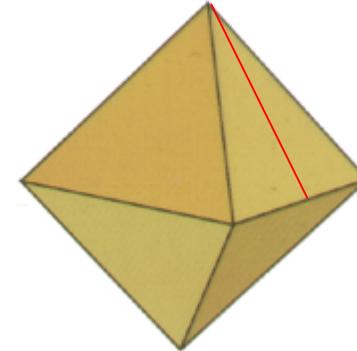
A = Área del tetraedro
b = base
h = Altura

$$A = b^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$V = b^2 \cdot \sqrt{2} / 12$$

Área del octaedro regular.

El octaedro es un poliedro que tiene ocho caras que son triángulos equiláteros iguales.



h h = Altura
b b = Base

Octaedro

Fórmula

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \times 8$$

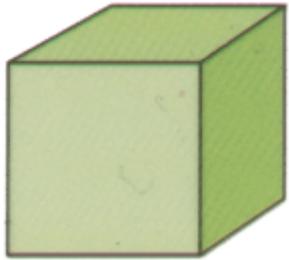
A = Área del octaedro
b = base
h = Altura

$$A = 2 \cdot b^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$V = b^3 \cdot \sqrt{2} / 3$$

Área del hexaedro regular o cubo.

El hexaedro es un poliedro que tiene seis caras que son cuadrados iguales.



l $l = \text{Lado}$

Hexaedro o cubo

Fórmula

$$A = l \cdot l \cdot 6$$

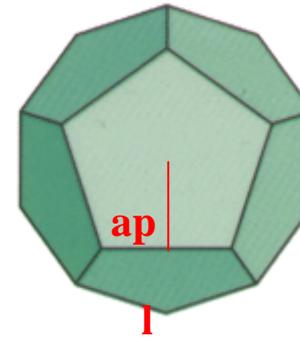
$A = \text{Área del hexaedro}$
 $l = \text{lado}$

$$A = l^2 \cdot 6$$

$$V = l^3$$

Área del dodecaedro regular.

El dodecaedro es un poliedro que tiene doce caras que son pentágonos regulares iguales.



$ap = \text{Apotema}$

$l = \text{Lado}$

Dodecaedro

Fórmula

$$P = l \cdot n$$

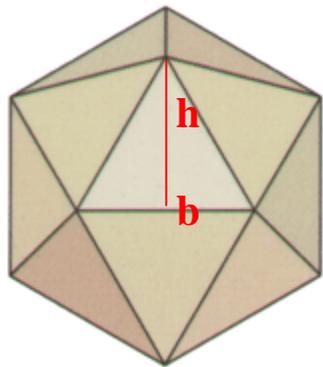
$l = \text{lado}$
 $n = \text{número de lados}$

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \times 12$$

$A = \text{Área del dodecaedro}$
 $P = \text{Perímetro}$
 $ap = \text{Apotema}$

Área del icosaedro regular.

El icosaedro es un poliedro que tiene veinte caras que son triángulos equiláteros iguales.



$h = \text{Altura}$

$b = \text{Base}$

Icosaedro

Fórmula

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \times 20$$

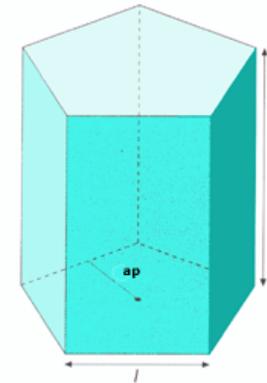
$A = \text{Área del icosaedro}$

$b = \text{base}$

$h = \text{Altura}$

Área del prisma.

El prisma es un poliedro que consta de dos bases que son cualquier polígono regular y las caras laterales son rectángulos paralelogramos.



$h = \text{Altura}$

$l = \text{Lado}$

$ap = \text{Apotema}$

Prisma pentagonal

Fórmulas

<p><u>ÁREA LATERAL</u></p> <p>$Al = P \cdot h$</p> <p>$Al = \text{Área lateral}$ $P = \text{Perímetro}$ $h = \text{Altura}$</p>	<p><u>ÁREA DE LAS BASES</u></p> <p>$Ab = \text{Según sea la base}$</p>
<p><u>ÁREA TOTAL</u></p> <p>$At = Al + 2 \cdot Ab = P \cdot (h + a)$</p> <p>(Es decir, el área total es igual al área lateral más el área de los polígonos de las 2 bases)</p>	
<p><u>VOLUMEN</u></p> <p>$V = Ab \cdot h$</p> <p>$V = Ab \cdot h$ (Es decir, el volumen es igual al área del polígono de la base multiplicado por la altura (h) del prisma)</p>	

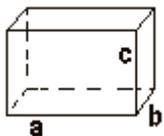
El prisma es un poliedro limitado por 2 polígonos, llamados bases, y por tantos rectángulos (caras laterales) como lados tenga la base.

Los prismas rectos son aquellos cuyas caras laterales son rectángulos.

Prismas regulares son los prismas rectos cuyas bases son polígonos regulares.

Paralelepípedo son los prismas cuyas bases son paralelogramos.

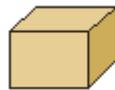
Ortoedro es un prisma cuyas seis caras son rectángulos, luego cualquier par de caras paralelas puede tomarse como bases.



Fórmula

$$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

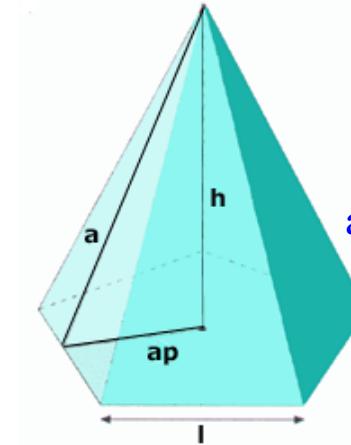
$$V = a \cdot b \cdot c$$



Se nombran diciendo PRISMA y el nombre del polígono de la base. (Ejemplo: Prisma pentagonal).

Área de la pirámide.

La pirámide es un poliedro cuya base es un polígono cualquiera y cuyas caras laterales son triángulos que tienen un vértice en común y se llama vértice o cúspide.



h = Altura

ap = Apotema de la base

a = Apotema de la pirámide

Pirámide pentagonal

Fórmulas

ÁREA LATERAL	ÁREA DE LA BASE
$Al = \frac{P \cdot a}{2}$ <p>Al = Área lateral P = Perímetro a = Apotema de la pirámide</p>	$Ab = \text{Según sea la base}$
<p style="text-align: center;">ÁREA TOTAL</p> $At = Al + Ab = P \cdot (a + ap) / 2$ <p>(Es decir, el área total es igual al área lateral más el área del polígono de la base)</p>	
<p style="text-align: center;">VOLUMEN</p> $V = \frac{Ab \cdot h}{3}$ <p>(Es decir, el volumen es igual al área del polígono de la base multiplicado por la altura (h) del prisma y dividido entre 3)</p>	

La pirámide es un poliedro limitado por un polígono regular, llamado base, y por tantos triángulos como lados tenga la base.

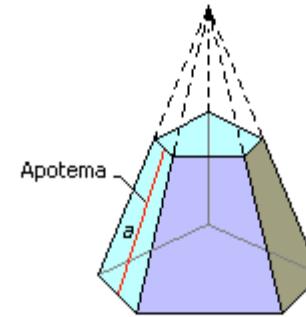
Pirámides regulares son aquellas cuya base es un polígono regular y cuyas caras laterales son triángulos isósceles.

Se nombran diciendo PIRÁMIDE y el nombre del polígono de la base. (Ejemplo: Pirámide pentagonal).

Según sea el polígono de la base, las pirámides pueden ser triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales. Etc.

Área del tronco de pirámide.

La pirámide es un poliedro que se forma cortando una pirámide y consta de dos bases que son polígonos semejantes pero no iguales y las caras laterales son trapecios.



h = Altura
 ap = Apotema de la base
 a = Apotema de la pirámide

Tronco de pirámide

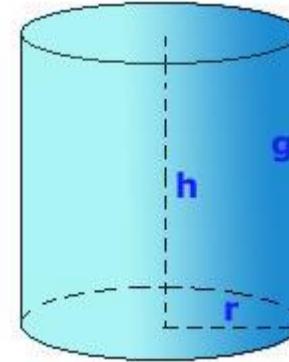
Fórmulas

<p><u>ÁREA LATERAL</u></p> $Al = \frac{P + p}{2} \cdot a$ <p>Al = Área lateral P = Perímetro mayor p = Perímetro menor a = Apotema de la pirámide</p>	<p><u>ÁREA DE LA BASE</u></p> $Abs = AbM + Abm$ <p>Abs = Área de las bases AbM = Área base mayor Abm = Área base menor</p>
<p><u>ÁREA TOTAL</u></p> $At = Al + Abs$ <p>(Es decir, el área total es igual al área lateral más el área de los polígonos de las bases)</p>	
<p><u>VOLUMEN</u></p> $V = (A_{bM} + A_{bm} + \sqrt{A_{bM} \cdot A_{bm}}) \cdot h/3$	

CUERPOS REDONDOS

Área del cilindro.

Es un cuerpo redondo que consta de dos bases que son círculos y una superficie lateral que es un rectángulo.



h = Altura

g = Generatriz

r = Radio

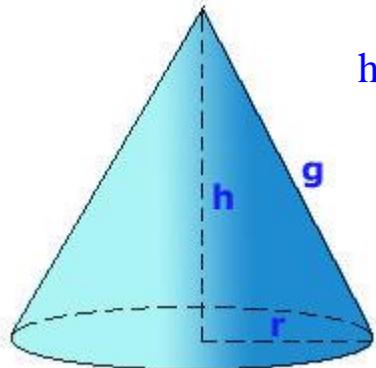
Cilindro

Fórmulas

<u>ÁREA LATERAL</u>	<u>ÁREA DE LA BASE</u>
$Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot g$ <p>Al = Área lateral $\pi = 3,14$ r = Radio g = generatriz</p>	$Ab = \pi \cdot r^2$ <p>A = Área del círculo $\pi = 3,14$ r = Radio</p>
<p style="text-align: center;"><u>ÁREA TOTAL</u></p> $At = Al + 2 Ab = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (g + r)$ <p>(Es decir, el área total es igual al área lateral más el área de los cilindros de las bases)</p>	
<p style="text-align: center;"><u>VOLUMEN</u></p> $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ <p>(Es decir, el volumen es igual al área del cilindro de la base multiplicado por la altura (h) del cilindro)</p>	

Área del cono.

Es un cuerpo redondo que consta de una base que es un círculo y una superficie lateral que es un sector circular.



$h =$ Altura

$g =$ Generatriz

$r =$ Radio

Cono

Fórmulas

ÁREA LATERAL

$$Al = \pi \cdot r \cdot g$$

$Al =$ Área lateral
 $\pi = 3,14$
 $r =$ Radio
 $g =$ generatriz

ÁREA DE LA BASE

$$Ab = \pi \cdot r^2$$

$A =$ Área del círculo
 $\pi = 3,14$
 $r =$ Radio

ÁREA TOTAL

$$At = Al + Ab = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

(Es decir, el área total es igual al área lateral más el área del cilindro de la base)

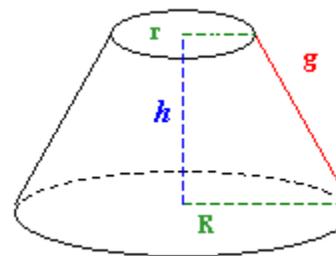
VOLUMEN

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h / 3$$

(Es decir, el volumen es igual al área del cilindro de la base multiplicado por la altura (h) del cilindro y dividido entre 3)

Área del tronco de cono.

Es un cuerpo redondo que se forma al cortar un cono y que consta de dos bases que son círculos distintos y una superficie lateral que es un trapecio circular.



$h =$ Altura

$g =$ Generatriz

$r =$ Radio menor

$R =$ Radio mayor

Tronco de cono

Fórmulas

ÁREA LATERAL

$$Al = \pi \cdot g \cdot (R + r)$$

$Al =$ Área lateral
 $\pi = 3,14$
 $r =$ Radio menor $R =$ Radio mayor
 $g =$ generatriz

ÁREA DE LA BASE

$$Ab = \pi \cdot r^2$$

$A =$ Área del círculo
 $\pi = 3,14$
 $r =$ Radio

ÁREA TOTAL

$$At = Al + Abs = \pi \cdot [g \cdot (R + r) + R^2 + r^2]$$

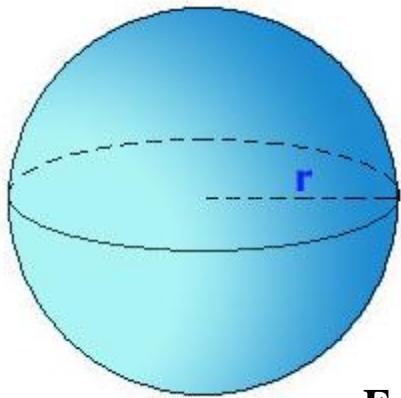
(Es decir, el área total es igual al área lateral más el área de los cilindros de las bases)

VOLUMEN

$$V = [R^2 + r^2 + R \cdot r] \cdot \pi \cdot h / 3$$

Área de la esfera.

Es un cuerpo redondo que se forma girando un círculo sobre sí mismo.



r = Radio

Esfera

Fórmulas

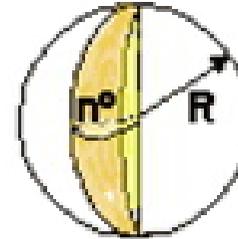
ÁREA

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

VOLUMEN

$$V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$$

Área del huso o cuña esférica.



n° = Número de grados

n° = Número de grados

R = Radio

Huso esférico

Fórmulas

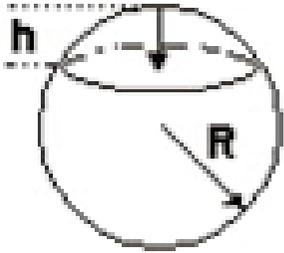
ÁREA

$$A = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot n^\circ / 360$$

VOLUMEN

$$V = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot n^\circ / 360$$

Área del casquete esférico.



h = Altura del casquete

R = Radio

Casquete esférico

Fórmulas

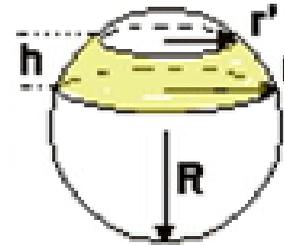
ÁREA

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

VOLUMEN

$$V = \pi \cdot h^2 \cdot (3 \cdot rR - h) / 3$$

Área del zona esférica esférica.



h = Altura de la zona esférica

R = Radio

Zona esférica

Fórmulas

ÁREA

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

VOLUMEN

$$V = \pi \cdot h \cdot (h^2 + 3 \cdot r^2 + 3 \cdot r'^2) / 6$$